



AI-1332

B. C. A. (Part-I)
Term End Examination. 2020-21

Paper : Third

DISCRETE MATHEMATICS

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 100

Minimum Pass Marks : 33

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है।

Note : Attempt all five questions. One question from each unit is compulsory.

इकाई-I

Unit-I

1. निम्नलिखित लघु-उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दीजिए— $5 \times 5 = 25$

(a) प्रत्यक्ष कथन : यदि $4x - 2 = 10$ तो $x = 3$ के विलोम, प्रतिलोम एवं प्रतिस्थिति की रचना कीजिए।

[2]

(b) किसी बूलीय बीजगणित में सिद्ध कीजिए—

$$a \cdot b + [(a + b') \cdot b]' = 1 \quad \forall a, b \in B$$

(c) सिद्ध कीजिए कि पूर्ण वियोजनीय प्रसामान्य रूप के बूलीय फलन का मान 1 होता है।

(d) दो समुच्चयों का कार्तीय गुणनफल को उदाहरण सहित समझाइए।

(e) वृक्ष Tree को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

Answer the following short-answer type questions :

(a) Construct : Converse, Inverse and Contrapositive of direct statement : If $4x - 2 = 10$ then $x = 3$.

(b) In a Boolean Algebra prove that :

$$a \cdot b + [(a + b') \cdot b]' = 1 \quad \forall a, b \in B$$

(c) Prove that the value of complete disjunctive normal of boolean function is 1.

(d) Explain cartesian product of two sets with example.

(e) Define Tree with example.

इकाई-II
Unit-II

2. (a) सर्व-प्रमात्रीकारक एवं अस्तित्व प्रमात्रीकारक को उदाहरण सहित समझाइए। 15

Explain universal and existential quantifiers with example.

- (b) तार्किक वाक्यों के लिए डी-मार्गन का नियम लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove De-morgens law for logical sentences.

अथवा

Or

- (a) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित कथन पुनरुक्ति है ?
Prove that the following statement is Tautology.

$$(p \Rightarrow q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \Rightarrow (q \vee r)$$

- (b) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित कथन व्याघात है।
Prove that the following statement is contradiction :

$$[(p \wedge r) \vee (q \wedge \sim r)] \Leftrightarrow [(\sim p \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim r)]$$

इकाई-III
Unit-III

3. एक बूलीय बीजगणित B में सिद्ध कीजिए कि— 15

In a Boolean Algebra, prove that :

(a) $a + b = \text{lub}\{a, b\}$

(b) $a \cdot b = \text{g.l.b.}\{a, b\} \quad \forall a, b \in B$

अथवा

Or

- (a) किसी बूलीय बीजगणित B में सिद्ध कीजिए कि—

In a Boolean Algebra B prove that :

$$a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a = (a + b)(b + c)(c + a), \quad \forall a, b, c \in B$$

- (b) निम्नलिखित स्विचन फलन को सरलीकृत तुल्य परिपथ में व्यक्त कीजिए।

Express the following switching function to equivalent simplify circuit :

$$f(x, y, z) = xy \cdot (z + x') + y(y' + z')$$

इकाई-IV

Unit-IV

4. निम्नलिखित बूलीयन बहुपद को संयोजनीय प्रसामान्य रूप से बदलिए—

Convert the following Boolean polynomial into conjunctive normal form :

$$\left[x + (x' + y)' \right] \left[x + (y' \cdot z')' \right]$$

अथवा

Or

निम्नलिखित बूलीयन फलन को वियोजन प्रसामान्य रूप में बदलिए—

Convert the following Boolean function into disjunctive normal form :

$$F(x, y, z) = (x + y + z) \cdot (x \cdot y + x'z)'$$

इकाई-V

Unit-V

5. दर्शाइये कि प्रतिचित्रण $f: R \rightarrow R$, जो कि $f(x) = 3x + 5$, द्वारा परिभाषित है, एकैकी आच्छादक है, जहाँ R सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

Show that the function $f: R \rightarrow R$, defined by $f(x) = 3x + 5$, is one-one onto, where R is the set of all real numbers.

अथवा

Or

तुल्यता संबंध की परिभाषा लिखिए एवं सिद्ध कीजिए कि यदि I सभी पूर्णाकों का समुच्चय है तथा संबंध $xRy \Leftrightarrow x - y$, एक समपूर्णाक है, तो R, I पर एक तुल्यता संबंध है।

Define equivalence relation and prove that if I is the set of all integers and $xRy \Leftrightarrow x - y$, is an even integer, then prove that R is an equivalence relation on I .

6. (a) दर्शाइये कि n शीर्षों सहित एक सरल ग्राफ में कोरों

की महत्तम संख्या $\frac{n(n-1)}{2}$ होती है।

Show that the maximum edges in a simple

graph with n vertices is $\frac{n(n-1)}{2}$.

- (b) द्विचर ट्री एवं जनक ट्री (वृक्ष) को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

Define Binary tree and spanning tree with example.

अथवा

Or

- (a) दो आलेखों की तुल्यकारिता को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

Define Isomorphism of two graphs with example.

- (b) सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों के ट्री में $(n-1)$ कोरें होती हैं।

Prove that a tree with n vertices has $(n-1)$ edges.